COLECCIÓN DE CUADERNILLOS DE TRABAJO
PARA LA RECUPERACIÓN DE APRENDIZAJES
DURANTE Y POST - PANDEMIA

Tercer grado

Matemáticas 3

Aprendizajes fundamentales

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

SE
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE BAJA CALIFORNIA

SAAE
Servicio de Asesoría y Acompañamiento a las Escuelas

Autoridades Estatales

Jaime Bonilla Valdez
Gobernador del Estado de Baja California

Catalino Zavala Márquez
Secretario de Educación

Xochitl Armenta Márquez
Encargada de Despacho de la
Subsecretaria de Educación Básica
y de la Coordinación General de Educación Básica

Rosa Gisela Tovar Espinoza
Encargada de Despacho de la
Dirección de Educación Secundaria

Mariel Tovar Olivares
Jefa del Departamento de Desarrollo Académico

Héctor Adolfo Campa Valdez
Jefe del Departamento de Gestión Institucional

Coordinadores

Karol Edith Fletes Pérez

José Luis Pulido Sánchez

Colaboradores

Eduardo Núñez Katzenstein

Perla Teresa Santillán Jiménez

Mónica Gutiérrez Ojeda

César Humberto Godínez Nery

Filiberto Portilla Tejeda

Rosa María Zamora Cebrera

Jorge Martínez Mendoza

Mauro Daniel Elizalde Palafox

Marco Antonio Macías Jasso

Jefaturas de Nivel

Ramón Ramírez Granados
Jefe de Nivel Secundaria de Mexicali

Gibran Díaz de León Olivas
Jefe de Nivel Secundaria de Tijuana

Gilberto Bugarín Mercado
Jefe de Nivel Secundaria de Ensenada

Yessica Denis Sánchez Castillo
Jefa de Nivel Secundaria de Playas De Rosarito

Eladio Ruiz Heredia
Jefe de Nivel Secundaria de Tecate

Juana Elizabet Ramírez Montesinos
Jefa de Nivel Secundaria de San Quintín

Equipo Estatal del Servicios de Asesoría y Acompañamiento a las Escuelas (SAAE)

Jesús Amado Petrikowski Trinidad
Supervisor Secundaria General Federal

Timnia Abisai Corpus Montoya
Inspectora Telesecundaria Estatal

Karol Edith Fletes Pérez
Jefa de Enseñanza de Matemáticas.
Secundarias Generales Federal

Ricardo Pérez Orozco
Jefe de Enseñanza de Tecnología.
Secundarias Técnicas Federal

Gibrán Díaz de León Olivas
Director Secundaria Técnica Federal

Alba Catalina Soriano Guevara
Directora Secundaria General Estatal

Ana Berena Barajas Guzmán
Directora Secundaria General Estatal

Fabiola Euridice Rincón Rey
Subdirectora Secundaria General Estatal

María Isabel Grifaldo Guerrero
Subdirectora Secundaria Técnica Federal

Jared Sarai Moreno Corona
Subdirectora Secundaria Técnica Federal

Alicia Bautista Pérez
ATP Secundaria General Estatal

Gabriela González Meza
ATP Secundaria General Estatal

Eliseo Godínez León
ATP Secundaria General Estatal

María de los Ángeles Ávila Osuna
ATP Secundaria Técnica Municipal

Iliana Thalia Pérez Gandiaga
Docente de Educación Especial

Zayd Vizcarra Córdova
Supervisor de Educación Especial

Presentación

Colección de cuadernillos de trabajo para la recuperación de aprendizajes esenciales durante y post pandemia

La Secretaría de Educación, a través de la Subsecretaría de Educación Básica en coordinación con la Dirección de Educación Secundaria, presenta esta colección que surge de las redes y comunidades de aprendizaje que el equipo de académicos de los Servicios de Asesoría y Acompañamiento a las Escuelas (SAAE) de Educación Básica en el nivel ha conformado.

Ante la contingencia mundial que prevalece por el SARS Cov-2, la Nueva Escuela Mexicana y sus principios de equidad y excelencia para la mejora continua de la educación, son el fundamento de cada objetivo trazado, como el del presente proyecto, donde se coloca al centro de la acción pública el máximo logro de aprendizaje de las niñas, niños, adolescentes y jóvenes.

Cerca de dos centenares de maestros frente a grupo, directivos, supervisores e inspectores del nivel de Secundaria fueron convocados por Delegados y Jefes de Nivel para esta labor. Dirigidos por los Jefes de Enseñanza, especialistas de cada una de las asignaturas de los seis municipios, a partir de la colaboración, la cooperación, el intercambio de saberes, experiencias y de gestión de información académica, propiciaron un análisis que derivó en la selección de aquellos aprendizajes esperados que se consideraron esenciales para la recuperación y nivelación de aprendizajes de los estudiantes durante y post pandemia, mismos que fueron la base para los cuadernillos de trabajo.

Por tanto, los presentes materiales digitales refrendan el compromiso de acompañamiento a las escuelas para la mejora de las prácticas educativas, priorizando el interés superior de niñas, niños y adolescentes, reconociendo el papel de las maestras y maestros en su contribución a la transformación social.

Maestro Catalino Zavala Márquez

Secretario de Educación de Baja California.

APRECIADA COMUNIDAD ESCOLAR:

La Subsecretaría de Educación Básica, ante el confinamiento por el Covid-19, lleva a sus hogares la *Colección de Cuadernillos de Trabajo para la Recuperación de Aprendizajes Esenciales Durante y Post Pandemia* de las asignaturas de Educación Secundaria.

Nuestros estudiantes, a través de estos cuadernillos de trabajo, tienen la oportunidad de realizar actividades de retroalimentación mediante estrategias de búsqueda de información y las situaciones que se presentan, para llegar al aprendizaje esperado que se ha considerado esencial en la apropiación de nuevos conocimientos, siempre atendiendo la formación en el desarrollo individual, producción de conocimientos, desarrollo de habilidades, valores y actitudes.

Las actividades incluidas son interesantes, divertidas, siendo posible desarrollarlas de manera individual, con el apoyo de la familia y los libros de texto gratuitos. Asimismo, los aprendizajes esperados seleccionados para esta colección se encuentran especificados en cada actividad de las cinco secciones diseñadas para las y los estudiantes:

Empecemos, pues, una nueva experiencia de aprendizaje juntos, que estos cuadernillos sean un modo más de seguir acompañándonos en la educación a distancia, confiando que pronto existan las condiciones necesarias para transitar al regreso seguro a clases presenciales, momento que sus maestras y maestros anhelamos.

Xochitl Armenta Márquez

Subsecretaria de Educación Básica

ÍNDICE

Situación de Aprendizaje 1	
Aprendizaje esperado:	**Explica la diferencia entre eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes. Resuelve problemas que implican calcular la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.**

Glosario

Los eventos mutuamente excluyentes son aquellos que no tienen resultados favorables que ocurren al mismo tiempo. Por lo tanto, podemos decir que, si ocurre uno, el otro no puede ocurrir.

Los eventos complementarios son aquellos que si ocurrieran al mismo tiempo la probabilidad sería 1, es decir, el 100% de posibilidades y si uno no ocurriera la probabilidad del otro sería el 100%. En otras palabras, uno es lo que le falta para ser el universo. Ejemplo: si hablamos del experimento de lazar un dado $\{1,2,3,4,5,6\}$ (universo), y un evento fuera que salga un numero par $\{2,4,6\}$ y el su evento complementario seria que salga un número impar $\{1,3,5\}$ y la suma sería el 100%.

Lee, observa y analiza

Si los resultados favorables para cada evento son distintos decimos que los eventos son mutuamente excluyentes.

Si definimos los siguientes tres eventos de un experimento de lanzar un dado como:

A: es un número par, B: es un número mayor que 2 y C: es número menor o igual que 2.

Los resultados favorables para cada evento son:

$A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ y $C = \{1, 2\}$

Al comparar los resultados de A y B se observa que tienen dos elementos en común que son el 4 y el 6. Entonces la probabilidad de lanzar un dado y obtener un número impar y mayor que 2 es $P(A\ y\ B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. Por lo tanto, al tener elementos en común decimos que no son mutuamente excluyentes.

Pero si comparamos los resultados de los eventos A y C podemos observar que no tienen elementos en común, por lo tanto, son mutuamente excluyentes, así que $P(B\ y\ C)=0$.

Observa la tabla que se presenta a continuación con los resultados de lanzar un dado rojo y otro azul al mismo tiempo y sumar los números de las caras que quedan en la parte superior y contesta lo que se te pide.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

- Marca con color amarillo todos los resultados favorables del evento A: la suma es mayor que 8.
- Marca con color naranja todos los resultados del evento B: la suma es menor que 7.
- Marca con color rosa todos los resultados del evento C: la suma es un numero par.

a) ¿Cuántos resultados posibles hay en total?

b) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento A?

c) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento B?

d) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento C?

e) ¿Cuántos resultados están marcados con color amarillo y naranja a la vez, es decir, son favorables tanto para el evento A como para el evento B?

f) ¿Cuál o cuáles son los resultados en común del inciso anterior?

g) ¿Cuántos resultados están marcados con color naranja y rosa a la vez, es decir, son favorables tanto para el evento B como para el evento C?

h) ¿Cuál o cuáles son los resultados en común del inciso anterior?

i) ¿Cuántos resultados están marcados con color amarillo y rosa a la vez, es decir, son favorables tanto para el evento A como para el evento C?

j) ¿Cuál o cuáles son los resultados en común del inciso anterior?

Para el experimento de lanzar dos dados nombraremos ahora los eventos:

A: la suma es un número mayor que 5.
B: la suma es un número menor o igual a 5 y
C: el número en el dado rojo es un número menor que 3.

a) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento A?
b) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento B?
c) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento C?
d) ¿Cuál es la probabilidad del evento A?
e) ¿Cuál es la probabilidad del evento B?
f) ¿Cuál es la probabilidad del evento C?
g) ¿Cuáles son eventos mutuamente excluyentes?
h) ¿Cuáles son eventos complementarios?
i) ¿Cuáles no son eventos mutuamente excluyentes?

Enriquece tu aprendizaje

Se tiene una baraja inglesa como se muestra en la imagen. El experimento consiste en sacar una carta y anotarla. Se definen los siguientes eventos.

A: se saca una figura (J, Q, K, A), **B:** se saca un número (2,3,4,5,6,7,8,9,10), **C:** se saca una carta roja, **D:** se saca una carta negra.

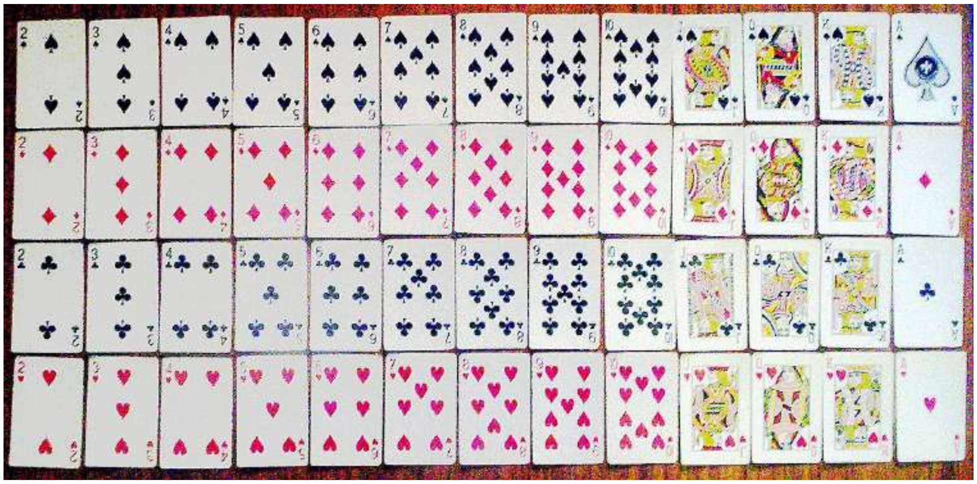


Imagen: Adaptado de wikipedia.org, 2005
(https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Set_of_playing_cards_52.JPG?uselang=es)

Contesta lo que se indica.

j) ¿Cuál es la probabilidad del evento A?
k) ¿Cuál es la probabilidad del evento B?
l) ¿Cuál es la probabilidad del evento C?
m) ¿Cuál es la probabilidad del evento D?
n) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran el evento A y el B al mismo tiempo?
o) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran el evento A y el C al mismo tiempo?
p) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran el evento C y el D al mismo tiempo?
q) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran el evento B y el D al mismo tiempo?
r) ¿Cuáles eventos son mutuamente excluyentes?
s) ¿Cuáles eventos no son mutuamente excluyentes?
t) ¿Cuáles eventos son complementarios?

Situación de Aprendizaje 2	
Aprendizaje esperado:	**Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras.**

Los cuadrados de los triángulos

Glosario

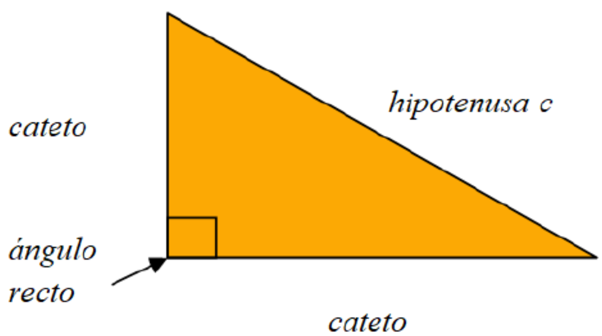
Un *triángulo rectángulo* es aquel que tiene uno de sus ángulos interiores de 90° (recto).

Los *catetos* son los dos lados del triángulo rectángulo que forman el ángulo recto.

La *hipotenusa* es el lado del triángulo rectángulo que esta opuesto al ángulo recto y siempre es el lado mayor.

Identifica

Elementos de un triángulo rectángulo



Lee, observa y analiza

Teorema de Pitágoras

El filósofo y matemático griego Pitágoras, demostró que los lados de todo triángulo rectángulo mantienen una relación entre sus medidas, se conoce como teorema de Pitágoras.

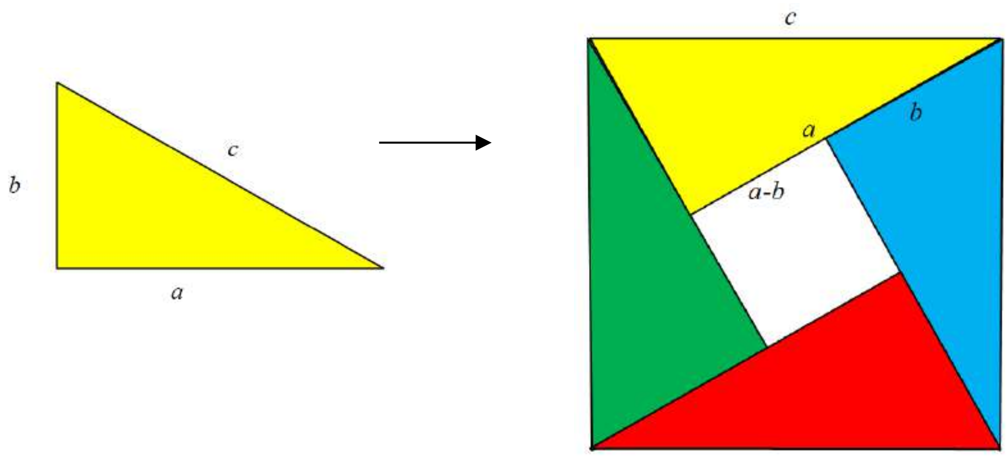
"En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa"

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Este teorema tiene diversas aplicaciones ya que permite calcular medidas desconocidas en cualquier situación que tome forma de un triángulo rectángulo, como al colocar un cable de un poste al piso, recargar una escalera en una pared, al trazar la altura de un triángulo cualquiera, las diagonales en paralelogramos o el apotema de polígonos regulares, al utilizar el círculo unitario para obtener las funciones trigonométricas, para calcular la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, entre muchas otras.

Demostración del teorema de Pitágoras

Si tenemos cuatro triángulos rectángulos iguales de catetos a y b e hipotenusa c, los podemos acomodar de tal manera que se forme un cuadrado de lado c (que el lado del cuadrado mida lo mismo que la hipotenusa de los triángulos)



Se puede calcular su área de este cuadrado de dos maneras:

1. *Calculando el área de cada una de sus partes y sumándolas.*

La figura se conforma de 4 triángulos de base a y altura b y un cuadrado de lado $a-b$. La fórmula para obtener el área del triángulo es $\frac{(base)(altura)}{2}$, entonces de acuerdo a las medidas se obtiene $\frac{ab}{2}$, y para los 4 triángulos:

$$4\left(\frac{ab}{2}\right) = 2ab$$

El área del cuadrado se obtiene elevando al cuadrado el lado, entonces:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Al sumar ambas, se obtiene el área del cuadrado completo.

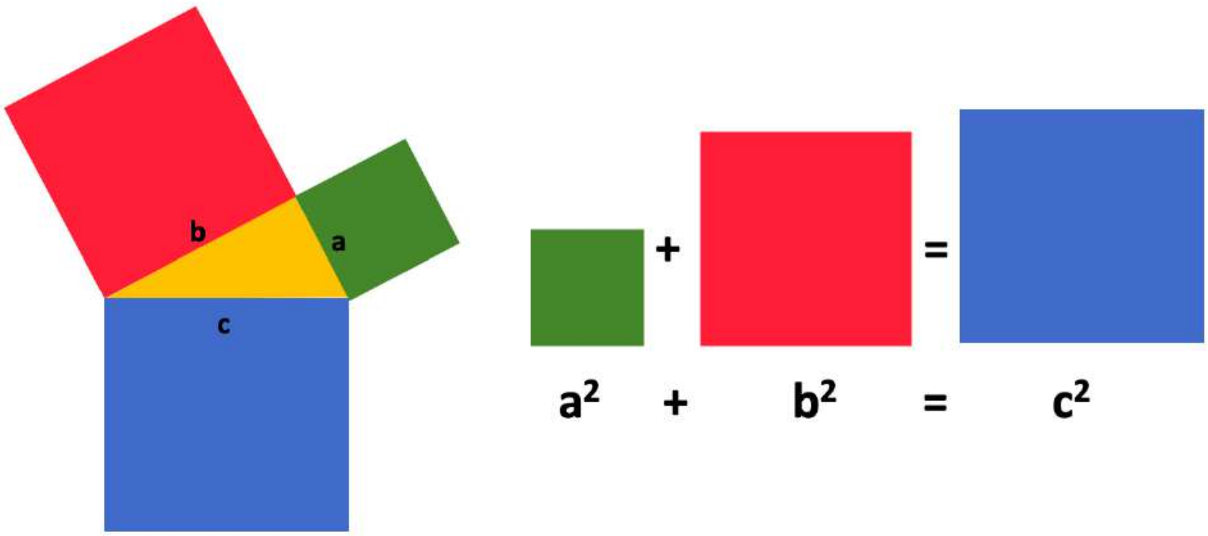
$$\cancel{2ab} + a^2 \cancel{- 2ab} + b^2 = \boldsymbol{a^2 + b^2}$$

2. *Con la medida del lado del cuadrado completo.*

Como el lado del cuadrado es c, entonces el área es $\boldsymbol{c^2}$**.** Y como se trata del área del mismo cuadrado, queda demostrado que:

$$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$

También se pueden realizar comprobaciones obteniendo el área de cuadrados con las medidas de cada uno de los lados del triángulo rectángulo.



Ternas pitagóricas

Una terna pitagórica se forma por tres números enteros positivos que pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo y, por tanto, cumplen el Teorema de Pitágoras $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$.

Por ejemplo, los números **3, 4 y 5**.

Se puede observar que los números 3 y 4 corresponden a los catetos por ser los dos menores, entonces aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$(3)(3) + (4)(4) = (5)(5)$$

$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$

Como se cumple la igualdad, se trata de una terna pitagórica.

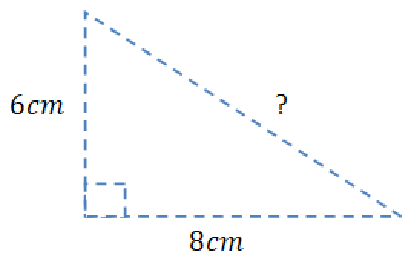
Aplica lo aprendido

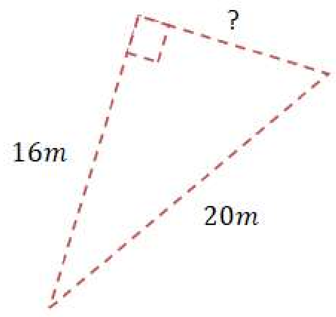
En parejas, realicen las siguientes actividades.

1. Determinen si los siguientes conjuntos de números son ternas pitagóricas. Realicen las operaciones en su cuaderno.

Números	¿Es una terna pitagórica?	
	Sí	No
5, 12 y 13		
7, 15 y 18		
20, 23 y 29		
39, 80 y 89		
65, 72 y 97		

2. En cada uno de los siguientes triángulos, encuentren la medida del lado faltante.





___________   ___________

3. Resuelvan los siguientes problemas utilizando el teorema de Pitágoras. Realicen las operaciones en su cuaderno.

a) ¿Cuál es la altura que alcanza una escalera de 3.7 m al recargarla en la pared si en el piso se encuentra a una distancia de 1.2 m de la misma? ____________

b) Encuentren la medida de la diagonal de un cuadrado que mide 8cm de lado. ____________

c) Una plaza de forma rectangular mide 45m de largo y 28m de ancho. Si se cruza de una esquina a otra en diagonal, ¿cuántos metros se recorrerán?____________

Para conocer más acerca del teorema de Pitágoras se puede consultar el vídeo llamado “11. El teorema de Pitágoras” de Acervo – Televisión educativa (Dic/2020) a través del enlace https://youtu.be/FqUxTHo_hRc

Situación de Aprendizaje 3	
Aprendizaje esperado:	**Resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado.**

Segundo grado, dos soluciones

Una **ecuación cuadrática** o de segundo grado se caracteriza porque ya simplificada el mayor exponente o grado de su incógnita es dos.

A la forma $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ se le llama *forma general de la ecuación cuadrática*. Se dice que una ecuación cuadrática está acomodada cuando tiene dicha forma igualada a cero. Ejemplo $4x^2 - 9x + 8 = 0$

Si los valores de b, c o ambos son iguales a cero, se dice que se trata de una *ecuación incompleta. Ejemplos:* $3x^2 - 6x = 0$, $x^2 - 7 = 0$, $8x^2 = 0$.

La solución de una ecuación cuadrática está dada por dos valores x_1 y x_2 que puede tomar la incógnita para satisfacer la igualdad.

Una ecuación cuadrática acomodada como $6x^2 + 10x - 56 = 0$ puede tener hasta tres términos que incluyen signo, coeficiente, incógnita y exponente, el que contiene el exponente dos se llama *término cuadrático* $(+6x^2)$, el que contiene el exponente uno se llama *término lineal* $(+10x)$ y al término que no contiene a la incógnita o con exponente cero se le llama *término independiente* (-56).

Resolución de ecuaciones cuadráticas

Existen varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas, uno de ellos es mediante la factorización. Por lo que es importante recordar algunos de los productos notables que facilitan ese proceso.

Productos notables

Producto notable➔		⮌Factorización	
Monomio por polinomio	$a(b+c)$	$ab+ac$	Factor común monomio
Binomios conjugados	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	Diferencia de cuadrados
Binomios al cuadrado	$(a\pm b)^2$	$a^2 \pm 2ab + b^2$	Trinomio cuadrado perfecto
Binomios con término común	$(x+a)(x+b)$	$x^2+(a+b)x+ab$	Trinomio de la forma x^2+bx+c

Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización

Ejemplo: Resolver $x^2+8=9x$

1. En caso necesario acomodar la ecuación de tal manera que la ecuación quede igualada a cero.

$$x^2-9x+8=0$$

2. Factorizar el otro lado de la igualdad

$$(x-1)(x-8)=0$$

3. Igualar cada factor a cero y resolver.

$x-1=0$	$x-8=0$
$x=0+1$	$x=0+8$
$\boldsymbol{x_1=1}$	$\boldsymbol{x_2=8}$

Se colocan los subíndices 1 y 2 en la x para distinguir una respuesta de la otra. Es como decir: resultado uno y resultado dos.

Resolución de ecuaciones cuadráticas con la fórmula general

La fórmula general cuadrática puede usarse para resolver cualquier ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Ejemplo: Resolver $\mathbf{3}x^2 + 5x = 138$.

1. En caso necesario reducir y acomodar la ecuación para que quede igual a cero $\quad \mathbf{3}x^2 + \mathbf{5}x - \mathbf{138} = 0$
2. Identificar los valores de a, b y c en la ecuación, que corresponden a los coeficientes de los términos cuadrático, lineal e independiente respectivamente, así como sus signos.

$$a = \mathbf{+3} \qquad b = \mathbf{+5} \qquad c = \mathbf{-138}$$

3. Sustituir los valores de a, b y c en la fórmula general.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-\mathbf{5} \pm \sqrt{\mathbf{5}^2 - 4(\mathbf{3})(\mathbf{-138})}}{2(\mathbf{3})}$$

4. Resolver, primero se obtienen el cuadrado de b y el producto de 4ac y se suman las dos cantidades. Después se calcula la raíz cuadrada. En caso de que dentro de la *raíz cuadrada* se obtenga un número *negativo*, significa que la ecuación *no tiene solución*.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1656}}{6} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{1681}}{6} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm 41}{6}$$

Cuando queda con ±, se separan los signos, obteniendo una ecuación con + y una con – y se resuelven ambas. Se le colocan los subíndices para diferenciarlos.

$$x_1 = \frac{-5 + 41}{6} = \frac{36}{6} = \mathbf{6} \qquad\qquad x_2 = \frac{-5 - 41}{6} = \frac{-46}{6} = -\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{3}}$$

Y listo, la solución de la ecuación es $\boldsymbol{x_1 = 6}$, $\boldsymbol{x_2 = -\frac{23}{3}}$

Ejemplo cuando no tiene solución: Resolver $\mathbf{8x^2 - 10x + 20 = 0}$.

$$a = \mathbf{8} \qquad b = \mathbf{-10} \qquad c = \mathbf{20}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \;\Rightarrow\; x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(8)(20)}}{2(8)} \;\Rightarrow\; x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 640}}{16} \;\Rightarrow\; x = \frac{10 \pm \sqrt{-540}}{16}$$

No tiene solución

Aplica lo aprendido

En equipos resuelvan los siguientes ejercicios:

1. Determina si las siguientes ecuaciones son ecuaciones cuadráticas marcando con una x el cuadro correspondiente.

Ecuación	SI	NO	Ecuación	SI	NO
$3x^2 + 4x - 8 = 0$			$9 - 8x^3 = 40$		
$2x - 6x + 7 = 0$			$3x + 5x^2 = 6$		

2. De acuerdo a la ecuación, organicen sus términos según corresponda.

Ecuación	Término cuadrático	Término lineal	Término independiente
$3x^2 + 4x - 8 = 0$			
$6 + 5x^2 - 9x = 0$			
$15 + x - 2x^2 = 0$			

3. Resuelvan las siguientes ecuaciones cuadráticas en su cuaderno, utilizando el método que se indica. Escriban las soluciones.

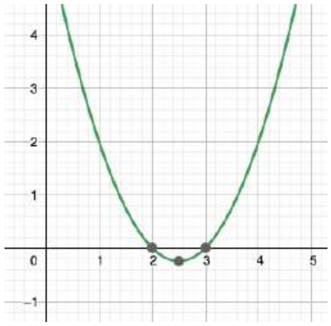
Ecuación	Método	x_1	x_2
$4x^2 - 100 = 0$	Factorización		
$4x^2 - 7x - 15 = 0$	Fórmula general		
$x^2 + 6x + 8 = 0$	Factorización		
$2x^2 - 12x + 16 = 0$	Fórmula general		

Identifica

Funciones cuadráticas y gráficas

Con las funciones cuadráticas se obtienen parábolas que cruzan al eje x en los mismos valores que las soluciones de la ecuación. En la siguiente sección pueden encontrar el enlace a una calculadora graficadora para comprobar sus resultados.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x - 2)(x - 3) = 0$$
$$x - 2 = 0$$
$$x_1 = 2$$
$$x - 3 = 0$$
$$x_2 = 3$$



Enriquece tu aprendizaje

Enlaces recomendados. Acervo-Televisión Educativa (ene 28, 2021) 18. Ecuaciones cuadráticas por factorización. Matemáticas. Telesecundaria.

Recuperado de https://youtu.be/RYWQJLZxdRY

Carreón, D. (ene 15, 2016) FÓRMULA GENERAL Super Facil. Recuperado de https://youtu.be/Wj4cHg8oHzI

Calculadora gráfica GeoGebra. https://www.geogebra.org/graphing

Situación de Aprendizaje 4

Aprendizaje esperado:	**Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.**

Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada

Glosario

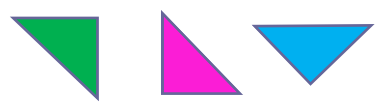
***Figuras Congruentes*:** Cuando dos o más figuras tienen los ángulos y los lados correspondientes iguales. (símbolo ≅)

Figuras Semejantes: Cuando dos o más figuras tienen los ángulos correspondientes iguales y los lados correspondientes proporcionales.

Identifica

SEMEJANTES: tienen la misma forma (ángulos iguales) pero no necesariamente el mismo tamaño (lados proporcionales)

CONGRUENTES: tienen el mismo tamaño y la misma forma ¡Son idénticas!



	Instrucciones: Lee el siguiente texto e identifica que tipo de figuras son	**¿Semejantes o Congruentes?**
1	Figuras que tienen la misma forma y su tamaño es diferente se llaman.	
2	Tienen los mismos ángulos, pero sus lados son proporcionales.	
3	Dos triángulos que mantienen los mismos ángulos y la misma medida de sus lados.	
4	Dos triángulos cuyos ángulos midan 90º , 50º y 40º son…	
5	Dos triángulos cuyos lados midan 4cm, 6cm y 8cm	

Lee, observa y analiza

Para verificar que dos triángulos son congruentes (iguales) es suficiente que se cumplan cualquiera de los siguientes criterios:

Criterios de CONGRUENCIA de triángulos
LLL (lado, lado, lado) que tengan tres lados iguales.
LAL (lado, ángulo, lado) que tengan dos lados y el ángulo que estos forman iguales.
ALA (ángulo, lado, ángulo) que tengan dos ángulos y el lado entre ellos igual.

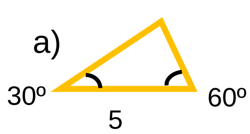
Y para identificar si dos triángulos son semejantes, es suficiente con verificar una de las siguientes condiciones:

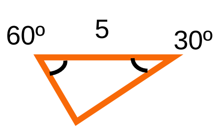
Criterios de SEMEJANZA de triángulos
AA (ángulo, ángulo) que dos ángulos sean iguales a dos ángulos del otro triángulo.
LLL (lado, lado, lado) que los tres lados de un triángulo sean proporcionales al otro.
LAL (lado ángulo, lado) dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.

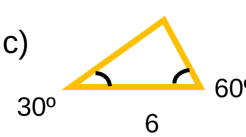
Aplica lo aprendido

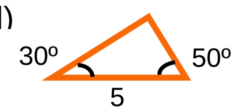
Responde las siguientes preguntas encerrando la respuesta correcta.

1) ¿Encierra los triángulos que sean congruentes de acuerdo al criterio ALA (ángulo, lado, ángulo)?

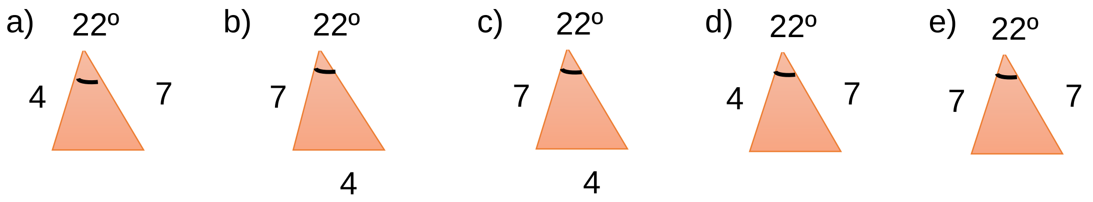
a)


b)


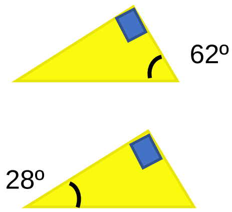
c)


d)


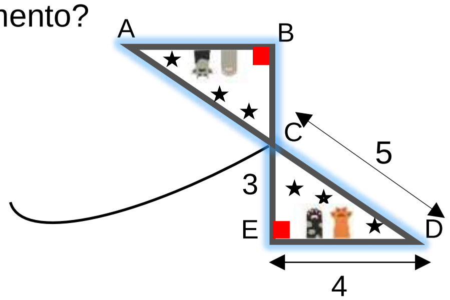
2) ¿Encierra los triángulos que sean congruentes de acuerdo al criterio LAL?



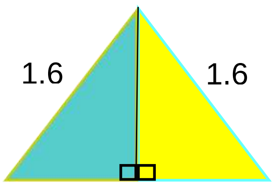
3) Escribe si son triángulos semejantes y justifica tu respuesta.



4) Se arreglará el segmento $\overline{AB}$ de un papalote compuesto de dos triángulos rectángulos, ¿Cuál es la medida de dicho segmento?
Si los segmentos $\overline{ED}$ = 4, $\overline{CD}$= 5, $\overline{CE}$= 3
y $\overline{AC}$=5



5) Franco pintará el siguiente diseño en su pared, su hermana que está estudiando los criterios de congruencia de triángulos le dijo: “esos triángulos son congruentes por el criterio ___________” (justifica tu respuesta).



Enriquece tu aprendizaje

Para más información, accede a los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=9JFngPZcH7c&t=11s&ab_channel=Profeenc%40sa

https://www.youtube.com/watch?v=SZpFDUBUlng&ab_channel=profemoises

Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales.

Glosario

Lados homólogos*:* el lado que ocupa el mismo lugar en otra u otras figuras, son los lados correspondientes.

Razón de semejanza: constante de proporcionalidad entre los lados homólogos, se divide la longitud de un lado entre el lado que le corresponde.

Lee, observa y analiza

El **teorema de Tales** nos indica que, si cortamos un triángulo trazando una recta paralela a uno de sus lados, obtendremos un triángulo semejante, el cual tendrá ángulos congruentes (iguales) y sus lados homólogos son proporcionales entre sí (Fig. A). También se puede extender al análisis de dos líneas cualquiera que son cortadas por otras líneas paralelas entre sí, como lo vemos en la Fig. B.

Figura "A"

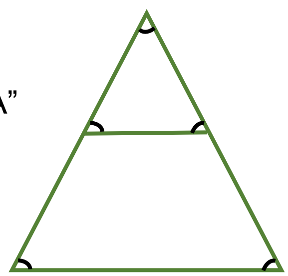
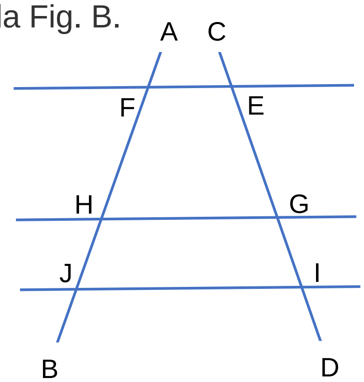


Figura "B"

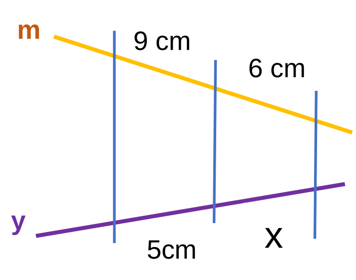


Entonces, se cumple que: $\frac{FH}{EG} = \frac{HJ}{GI} = \frac{FJ}{EI}$

Lo anterior se cumple porque si extendemos las líneas AB y CD, estas se cruzarán.

Identifica

¿Cuánto mide el segmento x en este dibujo?...



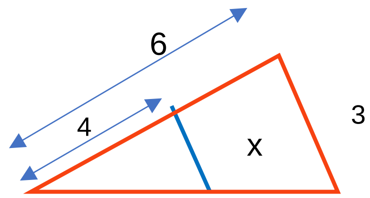
Los tramos que están enfrentados tienen la misma razón, por lo que sus divisiones deben de dar lo mismo y por tanto las podemos igualar: $\frac{9}{5} = \frac{6}{x}$

Multiplica el 5 por el 6 y lo divides entre el 9. X = 3.33

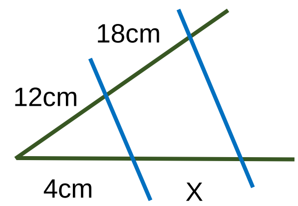
Resuelve lo que se te indica:

1) Calcula el valor de X.

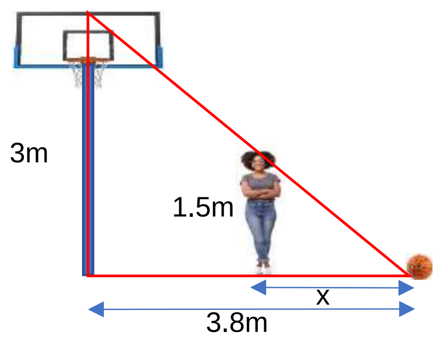
$$\frac{6}{4} = \frac{3}{x}$$



2) Calcula el valor de X, escribe y explica los procedimientos.



3) Calcula cual es la distancia entre la joven y la pelota.



Consulta el siguiente enlace:

Teorema de Tales. Explicación y ejemplos.https://www.youtube.com/watch?v=6nYnXeqrhKQ&ab_channel=ArchimedesTube

Situación de Aprendizaje 5

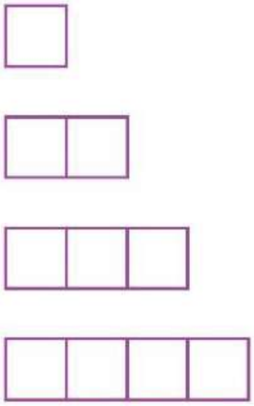
Aprendizaje esperado:	**Utiliza en casos sencillos expresiones generales cuadráticas para definir el enésimo término de una sucesión.**

Sucesiones

Sucesión aritmética

Observa las figuras e identifica el patrón para completar la información y contestar correctamente las preguntas.

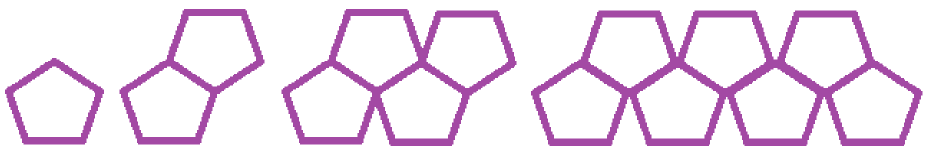
Cuadrados	Número de líneas
1	4
2	7
_______	_______
_______	_______



- ¿Cuántos cuadrados tendrá la siguiente figura? _____________
- ¿Con cuántas líneas contará? _____________
- ¿Cuántos cuadrados tendrá la novena figura? _____________
- ¿Con cuántas líneas contará? _____________
- ¿Qué procedimiento utilizarías para calcular la cantidad de líneas con las que cuenta cualquier figura de esta sucesión? __________________________
  ____
- ¿Eres capaz de encontrar la expresión algebraica que permita encontrar el término enésimo de esta sucesión? ________
- Si tu respuesta anterior fue sí, ¿Cuál es? ___________________

Sucesión cuadrática

Observa las figuras e identifica el patrón para contestar correctamente las preguntas.



- Anota las líneas con las que cuenta cada figura:

Figura 1: _____ Figura 2: _____ Figura 3: _____ Figura 4: _____

- ¿Cuántas líneas tendrá la figura 5? _______
- ¿Cuántas líneas tendrá la sexta figura? _______
- ¿Cuántas líneas tendrá la décima figura? _______
- ¿Cuántas líneas tendrá la figura 20? _______
- Describe el procedimiento que utilizaste para contestar las preguntas anteriores: ____

Glosario

Expresión cuadrática: Es una expresión donde el máximo exponente es 2. Su forma general es: $an^2 + bn + c$.

Sucesión: Conjunto ordenado de números o figuras que siguen una regla o patrón.

Sucesión aritmética: Sucesiones cuya diferencia entre términos consecutivos es constante y su regla de sucesión es de la forma $an + b$.

Sucesión cuadrática: Sucesiones cuya segunda diferencia entre términos consecutivos es constante y su regla de sucesión es de la forma $an^2 + bn + c$.

Segunda diferencia: Diferencia entre las diferencias de los términos consecutivos de una sucesión.

Método de las diferencias

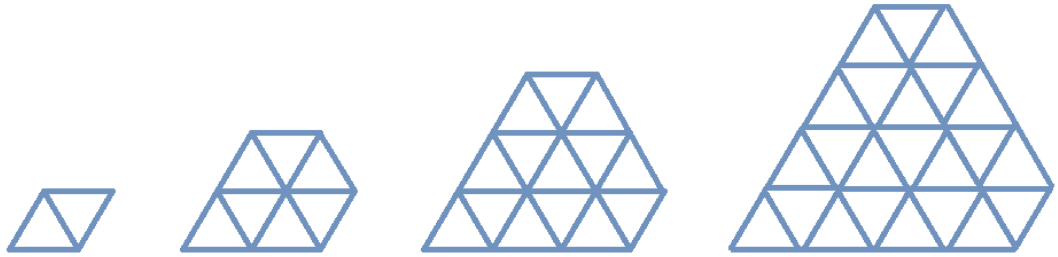
Para descubrir la expresión algebraica de una sucesión cuadrática cómo la que se obtiene al contar las líneas en las figuras del ejercicio anterior es necesario obtener la diferencia que existe entre las diferencias de los términos que forman la sucesión, esta segunda diferencia, de ser constante, es la que nos indica que ciertamente se trata de una sucesión cuadrática.

En cualquier sucesión cuadrática se puede calcular su enésimo término utilizando una expresión cuadrática de la forma $an^2 + bn + c$, donde n representa la posición del término que se quiere calcular en la sucesión y las literales a, b, c son coeficientes conocidos.

El método de las diferencias aprovecha las siguientes propiedades para encontrar el valor de cada uno de estos coeficientes:

1. El primer término de la sucesión cuadrática es igual que $a + b + c$.
2. El primer término de la diferencia es igual que $3a + b$.
3. La diferencia entre dos términos consecutivos de la diferencia es $2a$.

Ejemplo: Observa la sucesión de figuras y utiliza una expresión cuadrática para estimar el número de triángulos que tendrá la figura 15 de la sucesión.



Obteniendo las ecuaciones:

Sucesión Original:	2, 7, 14, 23, …	Ecuación: $a + b + c = 2$
Primera Diferencia:	5, 7, 9, 11, …	Ecuación: $3a + b = 5$
Segunda Diferencia:	2, 2, 2, 2, …	Ecuación: $2a = 2$

Resolviendo las ecuaciones:

$2a = 2$	$3a + b = 5$	$a + b + c = 2$
$a = \frac{2}{2}$	$3(1) + b = 5$	$1 + 2 + c = 2$
$a = 1$	$3 + b = 5$	$3 + c = 2$
	$b = 5 - 3$	$c = 2 - 3$
	$b = 2$	$c = -1$

Obtén la regla:

$$an^2 + bn + c$$

$$1n^2 + 2n - 1$$

$$n^2 + 2n - 1$$

Considera n=15, sustituye:

$$n^2 + 2n - 1$$

$$(15)^2 + 2(15) - 1$$

$$225 + 30 - 1$$

$$254$$

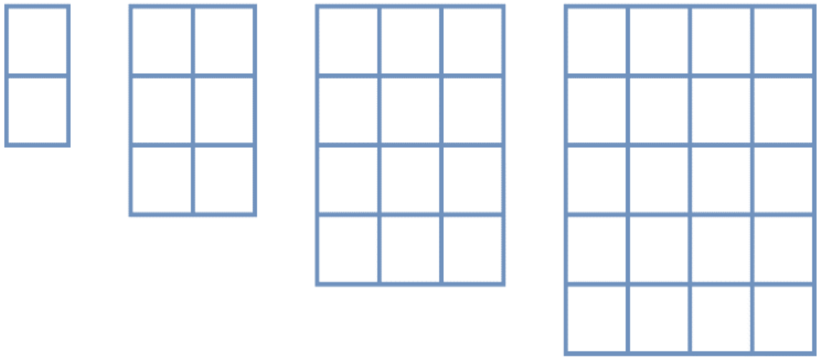
Respuesta: La figura 15 de esta sucesión tendrá 254 triángulos.

Aplica lo aprendido

Actividades

Actividad 1: Obtén la regla de sucesión utilizando el método de las diferencias. Sucesión: 3, 6, 12, 21. Regla: ________

Actividad 2: Indica cuántos cuadrados tendrá la figura 30 de la sucesión.



____

Sitios de interés

https://www.matematicastamayo.com/mateminis/sucesiones-cuadr%C3%A1ticas

https://www.geogebra.org/m/gCey5XJ9

Situación de Aprendizaje 6

Aprendizaje esperado:	**Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.**

Lee, observa y analiza

Trigonometría

La palabra trigonometría proviene de un vocablo latino compuesto por *trígono*, que significa “triangulo’’ (tres ángulos) y *metría*, “proceso de medir’’ o “medida’’. Es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones que existen entre los distintos elementos de las figuras geométricas, haciendo énfasis en los ángulos y los lados de los triángulos.

Las funciones trigonométricas son seis (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante). Basta con dominar las primeras tres (seno, coseno y tangente) para dar solución a las interrogantes solicitadas en un triángulo. Las funciones como como la cotangente, secante y cosecante son utilizadas en cursos posteriores en nivel de preparatoria para auxiliar las identidades trigonométricas.

Para la resolución de problemas es necesario tener a la mano las tablas trigonométricas las cuales puedes descargar en internet o bien una calculadora científica que también puedes descargar e instalar en tu celular para realizar tu trabajo.

Funciones trigonométricas para el ángulo A

Seno: $<A = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$

Coseno: $<A = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$

Tangente: $<A = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{a}{b}$

Cotangente: $<A = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto} = \frac{b}{a}$

Secante: $<A \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente} == \frac{c}{b}$

Cosecante: $<A = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{c}{a}$

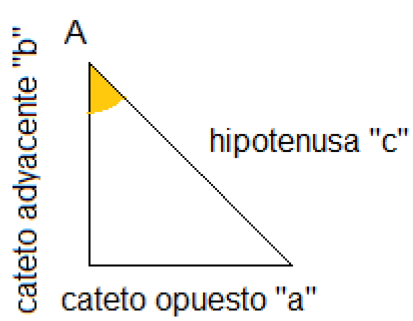


Imagen número 1

Funciones trigonométricas para el ángulo B

Seno $<B = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$

Coseno $<B = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$

Tangente $<B = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{b}{a}$

Cotangente $<B = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto} = \frac{a}{b}$

Secante $<B = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente} = \frac{c}{a}$

Cosecante $<B = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto} = \frac{c}{b}$

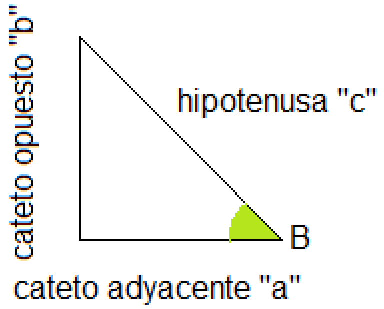


Imagen número 2

Ejemplo 1: Dado el siguiente triángulo calcular

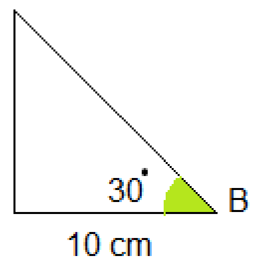


Imagen número 3

a) Hipotenusa

$$coseno < 30^0 = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

$$\frac{coseno\ 30^0}{1} = \frac{10\ cm}{c}$$

$$1(10\ cm) = c(coseno30^0)$$

$$c(coseno30^0) = 10cm$$

$$c = \frac{10\ cm}{coseno30^0} = \frac{10\ cm}{0.8660} = 11.54\ cm$$

b) Cateto opuesto

$$tangente < 30^0 = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$\frac{tangente\ 30^0}{1} = \frac{b}{10\ cm}$$

$$1b = 10\ cm(tangente\ 30^0)$$

$$b = 10\ cm(0.5773)$$

c) Ángulo A

<A+<B=90; despejando <A=90-<B; entonces <A=$90^0 - 30^0 = 60^0$

Ejemplo 2: Dado el siguiente triángulo calcular

a) Cateto opuesto ‘’b’’.

b) Cateto adyacente ‘’a’’.

c) Ángulo ‘’B’’.

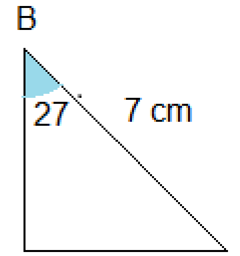


Imagen número 4

a) Cateto opuesto ‘’b’’

$$sen < 27^0 = \frac{c.o}{h}$$

$$\frac{sen27^0}{1} = \frac{b}{7\ cm}$$

$$1b = 7\ cm(sen27^0)$$

$$b = 7\ cm(0.4539)$$

$$b = 3.17\ cm$$

b) Cateto adyacente ‘’a’’

$$cos < 27^0 = \frac{c.a}{h}$$

$$\frac{cos\ 27^0}{1} = \frac{a}{7\ cm}$$

$$1a = 7\ cm(cos27^0)$$

$$a = 7\ cm(0.8910)$$

c) Ángulo ‘’B’’

$<A+<B=90^0$

$<B=90^0-<A$

$<B=90^0-27^0$

$< B = 63^0$

Identifica

Mapa conceptual donde se identifican las tres funciones principales para resolver los problemas del triangulo rectángulo (lados y ángulos).

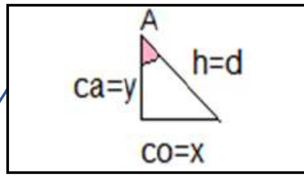
Funciones trigonométricas

- Seno: $\frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$
- Coseno: $\frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$
- Tangente: $\frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$

Imagen número 5

El esquema sirve para identificar como cambian los catetos según el ángulo de ubicación.

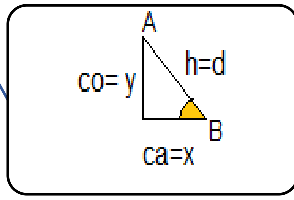
<A y <B



$$\text{sen}{<}A = \frac{co}{h} = \frac{x}{d}$$

$$\text{cos}{<}A = \frac{ca}{h} = \frac{y}{d}$$

$$\text{tan}{<}A = \frac{co}{ca} = \frac{x}{y}$$



$$\text{sen}{<}B= \frac{co}{h} = \frac{y}{d}$$

$$\text{cos}{<}A = \frac{ca}{h} = \frac{x}{d}$$

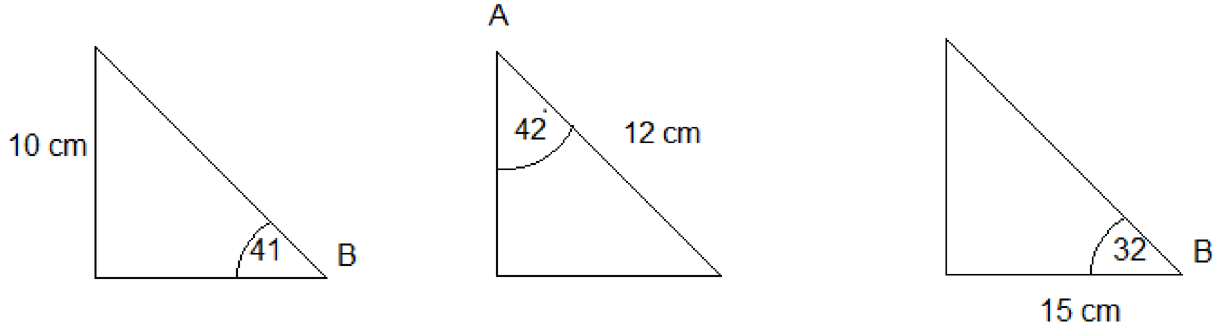
$$\text{tan}{<}A = \frac{co}{ca} = \frac{y}{x}$$

Imagen número 6

Instrucción: Aplica lo aprendido y resuelve los problemas que a continuación se describen, utiliza calculadora científica o tablas trigonométricas.

1. ¿Cuál es la altura de un poste que está sostenido por un tirante de 20 metros y un ángulo de elevación de 30 grados?
2. Una escalera de 10 metros de largo está sostenida sobre una pared y forma un ángulo de elevación de 60 grados. Calcula la distancia que hay del punto donde inicia la escalera a la pared.
3. Un papalote se quedó atorado en un árbol de 25 metros de altura, un piloto de avión ve el papalote en la punta del árbol con un ángulo de depresión de 36 grados. ¿Cuánto hilo le dio el niño al papalote?

4. Calcula el ángulo y los lados faltantes para los siguientes triángulos.



*Instrucción: Busca en el diccionario los siguientes términos***.**

Glosario

Triángulo, triángulo rectángulo, ángulo, razón, seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante, ángulo de elevación, ángulo de depresión, tablas trigonométricas, cateto, cateto adyacente, hipotenusa.

Enriquece lo aprendido mediante los siguientes videos explicativos:

Enriquece tu aprendizaje

Filiberto Portilla Tejeda. (2021, 22 abril). *Funciones trigonométricas (para ángulo "A")* [Vídeo]. YouTube.

https://www.youtube.com/watch?v=m2nHdLHpTRY&feature=youtu.be

Fuentes

Acosta Sánchez, R. (2003). *Matemáticas II geometría y trigonometría* (2.ª ed., Vol. 1). Fondo de Cultura Económica.

Situación de Aprendizaje 7

Aprendizaje esperado:	**Calcula y explica el significado del rango y la desviación media.**

El Rango y la Desviación Media son dos medidas de dispersión que nos dan información para analizar el comportamiento de un conjunto de datos.

La ***Desviación Media*** es el promedio de la diferencia de las distancias de cada valor a la Media Aritmética y el Rango es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto. El rango indica la amplitud del conjunto de datos, es una medida que indica la distancia dentro de la cual se encuentran todos los datos. Sin embargo, dicha medida no da cuenta de lo que pasa con los puntos interiores que no son extremos.

Por ejemplo. La Profesora Cristina dará un premio al alumno que haya obtenido el mejor puntaje en un juego de Probabilidad, Marina y Ricardo lanzaron dos dados en nueve ocaciones. Sumando las caras resultantes de los dos dados, obtienen los siguientes resultados:

Jugadores/ Lanzamientos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Marina	7	2	8	9	11	10	8	12	5
Ricardo	12	10	6	4	9	12	12	5	2

a) ¿A quién le corresponde el Premio? ¿En cuál de los cálculos se puede apoyar la profesora Cristina para decidir a quién otorgar el premio?
   - Media Aritmética (Promedio).
   - Rango.
   - Desviación Media.

b) Para ello efectuaremos el cálculo de la **Media Aritmética** (Promedio) de cada conjunto de datos.

Marina $\overline{x} = \frac{7+2+8+9+10+10+8+12+6}{9} = \frac{72}{9} = 8$

Ricardo $\overline{x} = \frac{12+10+6+4+9+12+12+5+2}{9} = \frac{72}{9} = 8$

Observamos que el resultado del cálculo de la Media Aritmética (Promedio) es igual para los dos alumnos.

a) Enseguida haremos el cálculo del **Rango** de cada conjunto de datos.
   - Rango= Valor Máximo – Valor Mínimo.
   - Marina = 12 – 2 = 10.
   - Ricardo = 12 – 2 = 10.

Se observa que el resultado del Rango es igual para ambos; nos indica que la distancia entre los valores máximo y mínimo es igual. Sin embargo, no se observa que sucede con los puntos interiores.

b) Para conocer que tan dispersos estan los datos respecto a la Media, se efectuará el cálculo de la **Desviación Media**. Esto significa que, a cada dato se le resta la Media Aritmética. Observa que en la columna Desviación se anota la diferencia en valor absoluto, es decir, se obtiene la distancia de cada dato a la Media, siendo todos positivos. Enseguida se obtiene el Promedio de las desviaciones, se suman todas las desviaciones y se dividide entre el número de datos sumados.

Marina

Dato	Media Aritmética (Promedio)	Diferencia del dato con respecto a la Media	Desviación D= $\|x_1 - \bar{x}\|$
7	8	7 - 8 = -1	|7 – 8| = 1
2		2 – 8 = -6	|2 – 8| = 6
8		8 – 8 = 0	|8 – 8| = 0
9		9 – 8 = 1	|9 – 8| = 1
11		11 – 8 = 3	|11 – 8| = 3
10		10 – 8 = 2	|10 – 8| = 2
8		8 – 8 = 0	|8 – 8| = 0
12		12 – 8 = 4	|12 – 8| = 4
5		5 – 8 = -3	|5 – 8| = 3

$$DM = \frac{1+6+0+1+3+2+0+4+3}{9}$$

$$DM = \frac{20}{9} = 2.2$$

Ricardo

Dato	Media Aritmética (Promedio)	Diferencia del dato con respecto a la Media	Desviación D= $\|x_1 - \bar{x}\|$
12	8	12 – 8 = 4	|12 – 8| = 4
10		10 – 8 = 2	|10 – 4| = 2
6		6 – 8 = -2	|6 – 8| = 2
4		4 – 8 = -4	|4 – 8| = 4
9		9 – 8 = 1	|9 – 8| = 1
12		12 – 8 = 4	|12 – 8| = 4
12		12 – 8 = 4	|12 – 8| = 4
5		5 – 8 = -3	|5 – 8| = 3
2		2 – 8 = -6	|2 – 8| = 6

$$DM = \frac{4+2+2+4+1+4+4+3+6}{9}$$

$$DM = \frac{30}{9} = 3.3$$

¿Que observamos?

Aunque el Rango sea el mismo, la dispersión del conjunto de datos de los dos alumnos no lo es, puesto que los datos de Marina estan menos dispersos (2.2) de la Media y los datos de Ricardo están mas alejados (3.3) de la Media.

Por lo tanto, podemos concluir que se le otorgará el premio a Marina, ya que presenta la menor dispersión en relación a la Media, sus datos estan mas cercanos a la Media.

Media Aritmética: Es la suma de todos los valores de un conjunto de datos, dividido entre el número de datos sumados. Conocido comunmente como Promedio.

Valor Absoluto: Es el valor del número sin considerar su signo; esto es representa la distancia del cero hasta un número (en una recta numérica), se escribe el número dentro de dos lineas verticales |-6| = 6 |+6| = 6.

Desviación Media*:* Es un dato estadístico que indica la concentración o la dispersión de los valores de una variable. Que tan agrupados o dispersos estan los datos respecto a la Media Aritmética. La Desviación Media de un conjunto de datos, es el promedio de la diferencia de las distancias de cada valor a la Media Aritmética.

Rango*:* Es una medida de dispersión que nos indica la distancia dentro de la cual se encuentran los datos. El Rango de un conjunto de datos es la diferencia entre el dato mayor y el dato menor, indicando la amplitud del intervalo.

Resuelve la siguiente situación:

Se preguntó a los grupos de tercer grado de dos escuelas secundarias: ¿A cuántos de ustedes les gusta el fútbol soccer? Obteniendo los siguientes resultados por grupos.

Escuela A Grupos	No. De Alumnos que prefieren fútbol soccer	Escuela B Grupos	No. De Alumnos que prefieren fútbol soccer
A	13	A	18
B	11	B	22
C	27	C	17
D	29	D	23
E	10	E	16
F	30	F	24

a) ¿En cuál de las dos escuelas hay mayor preferencia por el fútbol soccer?

______________________________.

b) Calcula la Media Aritmética (promedio):
Escuela A $\bar{X}$= _______________________

Escuela B $\bar{X}$= _______________________

c) Calcula el Rango:
Escuela A __________ Escuela B __________

d) Calcula la Desviación Media para cada escuela:

Escuela A

Dato	Media Aritmética (Promedio)	Diferencia del dato con respecto a la Media	Desviación $D= \lvert x_1 - \bar{x} \rvert$
13			
11			
27			
29			
10			
30			

DM= __________________________

DM = _____

Escuela B

Dato	Media Aritmética (Promedio)	Diferencia del dato con respecto a la Media	Desviación $D= \lvert x_1 - \bar{x} \rvert$
18			
22			
17			
23			
16			
24			

DM = __________________________

DM = ______

La escuela que tiene mayor preferencia por el fútbol soccer es: _____________.

Situación de Aprendizaje 8	
Aprendizaje esperado:	**Resuelve y plantea problemas que involucran ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones y ecuaciones de segundo grado.**

Recomendaciones para solución de problemas.

- Leer el planteamiento del problema.
- Clasificar los datos conocidos y establecer la incógnita.
- Modelar el problema mediante una ecuación algebraica.
- Analizar la ecuación y establecer el procedimiento para resolución.
- Resolver la ecuación establecida.
- Comprobar solución de la ecuación en el problema.
- Detallar la solución del problema.

A continuación se muestran algunos ejemplos de la interpretación de lenguaje común a lenguaje algebraico, para poder traducir un problema en ecuación para calcular resultado.

Interpretación algebraica

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Un numero	x
La suma de dos números	x + y
La diferencia de dos números	x – y
El producto de dos números	(x) (y)
Dos números consecutivos	x, x+1
El cuadrado de un numero	x^2
Un número aumentado en 2	x + 2
El doble de un numero	2x
La tercera parte de un numero	$\frac{x}{3}$

Aplica lo aprendido

Traduce a lenguaje algebraico las siguientes frases

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Piensa en un número.	x
Suma tres.	
Multiplícalo por dos.	
Réstale ocho.	
Divide entre dos.	
Al número que te dé súmale 1.	
El resultado obtenido es el número que pensaste.	

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Piensa en dos números de una cifra cada uno.	x, y
Selecciona 1 y multiplícalo por dos.	
Al resultado suma seis.	
Multiplícalo por cinco.	
Suma el otro número.	
Resta treinta.	
El resultado obtenido son los números que pensaste.	

Identifica

Relaciona cada enunciado al sistema que corresponde

1. Tres lapiceros y dos cuadernos cuestan $19.00, mientras que ocho lápices y cinco cuadernos $49.00.		$x + y = 31$ $x - y = 3$
2. La mitad de un número más la mitad de su cuadrado suman 203.		$3x + 2y = 19$ $8x + 5y = 49$
3. Hallar dos números tales que sumen 31 y su diferencia 3.		$\frac{x}{2} + x^2 = 203$
4. Un tren recorre 800 km en dos etapas, si en la primera recorre 100 km más que en la segunda.		$(x + 100) + x = 800$

Sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con 2 incógnitas

Método de solución: Existen diversos métodos para resolver un sistema de ecuaciones entre los que destacan por su simplicidad el **método de reducción** (suma y resta) y el **método de sustitución.**

Método de reducción: Este método consiste en sumar las dos ecuaciones y eliminar una de las variables, obteniendo una ecuación de primer grado y con una incógnita.

Ejemplo:

La suma de las edades de Patricia y Daniela es de 32 años, y Daniela es 2 años mayor que Patricia, ¿cuál es la edad de Patricia?

Solución:

x = Edad de Patricia

y = Edad de Daniela

Se relacionan los datos para obtener:

- La suma de las edades de Patricia y Daniela es de 32 años: $x + y = 32$
- Daniela es 2 años mayor que Patricia: $y = x + 2$
- Las ecuaciones forman el siguiente sistema

$$x + y = 32$$
$$y = x + 2$$

Al resolver el sistema por este método de sustitución, se obtiene:

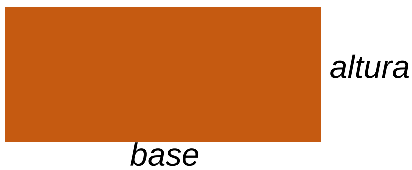
$x+y=32$ $\quad x+(x+2)=32$ $\quad x+x+2 = 32$ $\quad 2x + 2 = 32$ $\quad 2x = 32 – 2$

$2x = 30$ $\quad x = 30/2$ $\quad x = 15$

Aplica lo aprendido

1. Hallar dos números sabiendo que el mayor más seis veces el menor es igual a 62 y el menor más cinco veces el mayor es igual a 78.

2. La base de un rectángulo mide 20dm más que su altura. Si el perímetro mide 172 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?



3. En una clase hay 80 alumnos entre chicos y chicas. En el último examen de matemáticas han aprobado 60 alumnos, el 50% de las chicas y el 90% de los chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?

4. Luis y Manuel tienen un ahorro mensual, lo que aporta Luis más lo que aporta Manuel es de $900.00, si restamos la cantidad de Luis a la cantidad de Manuel el resultado obtenido es $100.00.

5. Un hotel tiene 94 habitaciones entre dobles e individuales. Si el número de camas es 170. ¿Cuántas habitaciones dobles tiene? ¿Cuántas individuales?

6. Tres hermanos se reparten $2,600.00. El mayor recibe doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

7. Un gimnasio ofrece un paquete a sus nuevos clientes, $450.00 de inscripción y una mensualidad de 700 pesos, ¿cuál será la cantidad que pago en el transcurso de 1 año?

Ecuaciones de segundo grado

Ecuación cuadrática completa		
$ax^2+bx+c = 0$		
ax^2 término cuadrático	bx término lineal	c término independiente

Ecuaciones cuadráticas incompletas	
$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 + c = 0$

Resolución por factorización

La ecuación cuadrática se descompone en dos factores lineales igualados con cero, se generan dos ecuaciones de primer grado, que al resolverse permite encontrar las dos soluciones de la ecuación.

Solución

- Raíz del término cuadrático será primer término en cada factor.
- Los segundos términos serán 2 números que sumados da término lineal y su producto término independiente

Resolución por fórmula general

Se identifican los valores a, b, c en la ecuación propuesta. Se sustituyen valores de la formula general, se realiza parcialmente operaciones y se determinan las dos soluciones de la ecuación.

$x^2 + 9x + 14 = 0$		
$a = 1$	$b = 9$	$c = 14$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$		
$x = \frac{-(9) \pm \sqrt{(9)^2 - 4(1)(14)}}{2(1)}$		

Se realizan las operaciones correspondientes

Resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas

Ejemplo 1

El producto de dos números es 144, el mayor excede en 7 al menor, encuentra el valor de los números.

Número menor = x	$(x)(x+7) = 144$	sustituimos los datos.
Número mayor = $x + 7$	$x^2 + 7x = 144$	resultado de multiplicación
	$x^2 + 7x - 144 = 0$	igualación de ecuación a cero

Resolución de ecuación por método de factorización.

$x^2 + 7x - 144 = 0$	
$(x+16)(x-9)$	
$X + 16 = 0$	$X - 9 = 0$
$X_1 = -16$	$X_2 = 9$
Numero menor = 9	número mayor = 9 + 7 = 16
Los números son 9 y 16	

Ejemplo 2

La suma de los cuadrados de las edades de María y Javier es de 89 años. Si maría es 3 años mayor que Javier, ¿Qué edad tiene María y Javier?

Javier = x

María = $x + 3$

$(x^2) + (x + 3)^2 = 89$

$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 89$

$2x^2 + 6x – 80 = 0$

Solución por fórmula general.

A = 2 b = 6 c = -80	
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$	
$$x = \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(2)(-80)}}{2(2)}$$ $X_1 = \frac{-6+26}{4} = 5$	$x_2 = \frac{-6-26}{4} = -8$
Edad de Javier: 5	Edad de María : 8

Aplica lo aprendido

Resuelve los siguientes problemas

1. El área de un rectángulo equivale a 99 m², si sabemos que su base es 2 metros mayor que la altura, ¿Cuáles son sus dimensiones?

99 m²

2. El producto de dos enteros consecutivos pares, es 48. Encuentra esos números.

3. En un polígono se puede trazar 27 diagonales. Calcula el número de los lados.

$$d = \frac{(L)(L-3)}{2}$$

Enriquece tu aprendizaje

Puedes encontrar más explicaciones y ejemplos en: https://www.geogebra.org/t/equation

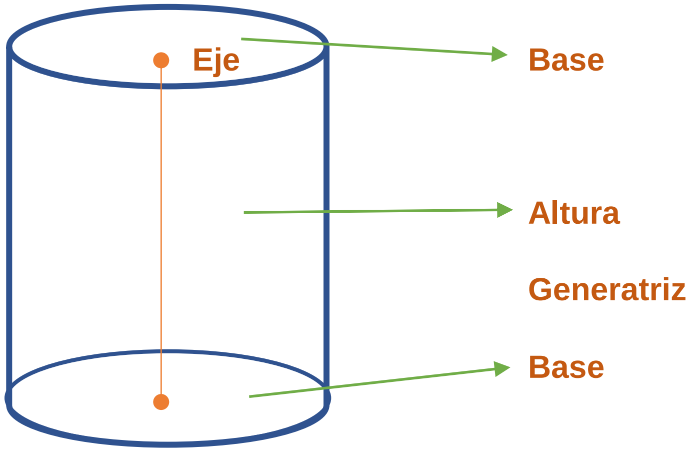
Situación de Aprendizaje 9	
Aprendizaje esperado:	**Resuelve problemas que implican calcular el volumen de cilindros y conos o cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas que se utilicen. Anticipa cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones.**

Cilindro

Cuerpo geométrico formado por una superficie lateral curva y cerrada y dos planos paralelos que forman sus bases, superficie que se forma cuando una recta, llamada generatriz gira alrededor de otra recta paralela, eje. Otra forma de definirlo es el cuerpo que se genera cuando un rectángulo gira alrededor de uno de sus lados.

Elementos del cilindro

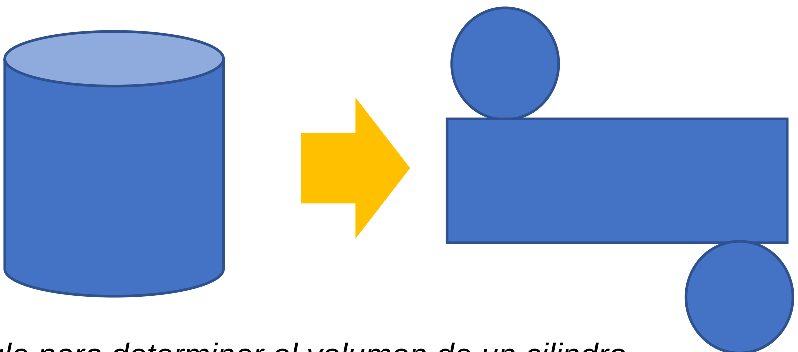
- **Eje:** Es el lado fijo alrededor del que gira el rectángulo.
- **Bases:** Son aquellos círculos que crean los lados perpendiculares al eje.
- **Generatriz:** Es el lado que engendra el cilindro, opuesto al eje. La generatriz del cilindro es igual a la altura.
- **Altura.** Es la distancia entre las bases y es igual a la generatriz.



Lee, observa y analiza

Desarrollo plano de un cilindro

El cilindro es un cuerpo geométrico conformado por dos bases con forma circular y una cara lateral curva. Su desarrollo plano presenta dos círculos congruentes y un rectángulo. El perímetro del círculo tiene relación con la medida de la base del rectángulo que forma parte de su desarrollo plano.



Fórmula para determinar el volumen de un cilindro

V = (π) (r²) (h) **V = Volumen** **π = 3.1416** **r = radio** **h = altura**

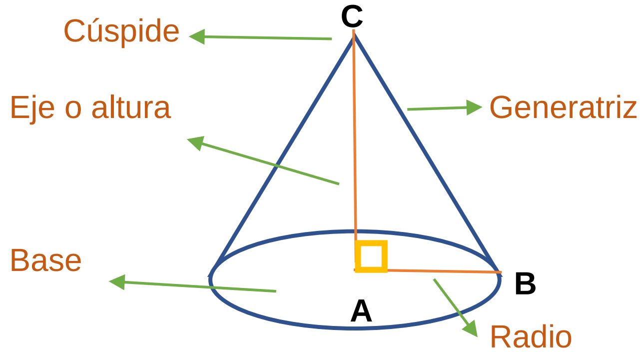
Glosario

Cono

Es el cuerpo geométrico obtenido al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

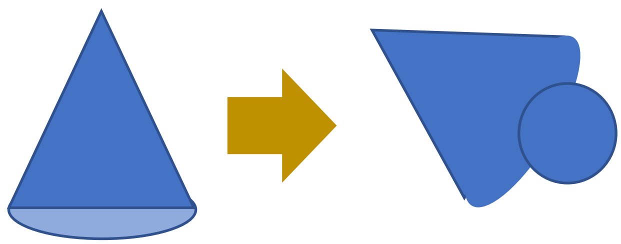
Elementos del cono

- **Base:** es el círculo sobre el que se apoya.
- **Radio del cono:** es el radio de la base.
- **Vértice:** es la cúspide o pico del cono.
- **Eje:** es la recta imaginaria sobre la que se encuentra el cateto sobre el que gira el triángulo rectángulo para formar el cono.
- **Altura:** es la longitud del cateto sobre el que gira el triángulo rectángulo.
- **Superficie lateral:** es la cara curva del cono.
- **Generatriz:** es la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma el cono al girar o, lo que es lo mismo, cualquier segmento trazado entre el vértice del cono y un punto del contorno o circunferencia de su base.



Desarrollo plano de un cono

El desarrollo plano de un cono recto es un sector circular y un círculo. El sector circular está delimitado por dos generatrices, siendo la medida del lado curvo igual a la longitud de la circunferencia de la base. Donde *r* es el radio de la base y *h* es la altura del cono.

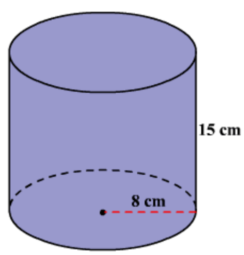


Fórmula para determinar el volumen de un cono

$$V = \frac{(\pi)(r^2)(h)}{3}$$

V = Volumen **π = 3.1416** **r = radio** **h = altura**

Caso 1: **Volumen de un cilindro**



DATOS	**FÓRMULA**	**SUSTITUCIÓN**
r = 8 cm h = 15 cm	$V = (\pi)(r^2)(h)$	$V = (3.1416)(8^2)(15)$

OPERACIONES

$(8)(8) = 64\ cm^2$

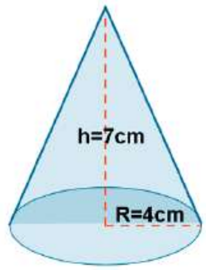
$(64\ cm^2)(15\ cm) = 960\ cm^3$

$(960\ cm^3)(3.1416) = 3015.936\ cm^3$

RESULTADO

$3015.936\ cm^3$

Caso 2: **Volumen de un cono**



DATOS	FÓRMULA	SUSTITUCIÓN
r = 4 cm h = 7 cm	$V = \frac{(\pi)(r^2)(h)}{3}$	$V = \frac{(3.1416)(4^2)(7\text{ cm})}{3}$

OPERACIONES

(4) (4) = 16 cm^2
(16 cm^2)(7 cm)= 112 cm^3
(112 cm^3)(3.1416) = 351.8592 cm^3
351.8592 cm^3 / 3 = 117.2864 cm^3

RESULTADO

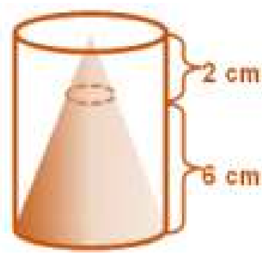
117. 2864 cm^3

Observa cada reactivo y contesta correctamente

1. Se tiene un cono que mide 12 cm de altura y 3 cm de radio. ¿Cuál es su volumen? Considera $\pi = 3.14$

A) 100 cm^3 B) 113.04 cm^3 C) 145.6 cm^3 D) 150.45 cm^3

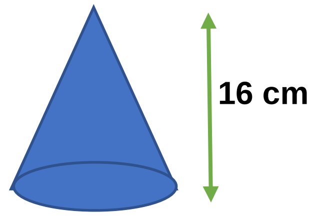
2. Para ver el tema de hoy el maestro Daniel llevó un cilindro de plástico con un cono de plastilina inscrito en él, como se muestra en el siguiente dibujo:



Si el radio de la base del **cilindro** mide 2 cm, calculen cuánto medirá su volumen. Considera $\pi = 3.14$

A) 8.37 cm^3 B) 25.12 cm^3 C) 75.36 cm^3 D) 100.48 cm^3

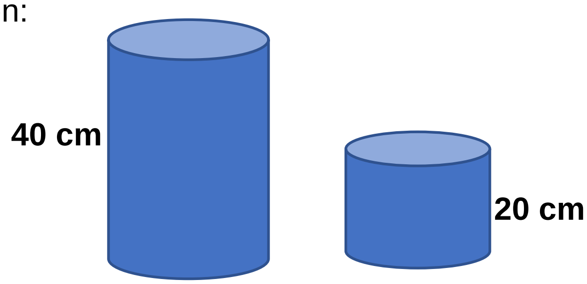
3. La siguiente figura representa un cono:



Si el radio de la base del cono mide una cuarta parte de lo que mide su altura. ¿Cuál es su volumen? Considera $\pi = 3.14$

A) 267.94 cm³ B) 133.97 cm³ C) 803.84 cm³ D) 100.48 cm³

4. Dos contenedores tienen un radio de 10 cm, pero diferente altura, como se muestra en la imagen:



¿Cuál es la relación que hay entre los volúmenes de estos contenedores?

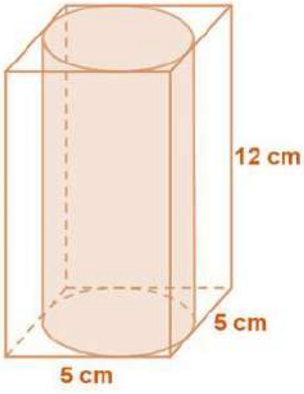
A) El volumen del contenedor B es tres veces el volumen del contenedor A

B) El volumen del contenedor A es el doble del volumen del contenedor B.

C) El volumen del contenedor A es ocho veces el volumen del contenedor B

D) El volumen del contenedor B es la cuarta parte del volumen del contenedor A.

5. Observa el siguiente cilindro inscrito en un prisma: ¿Cuál es el volumen del cilindro? Considera $\pi = 3.14$



A) 235.5 cm³ B) 300 cm³ C) 150 cm³ D) 78.5 cm³

Situación de Aprendizaje 10

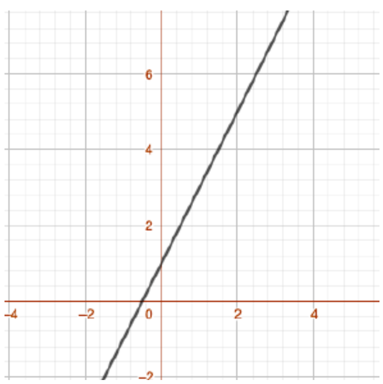
Aprendizaje esperado:	**Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.**

Recuerda: En una **ecuación lineal**, sus variables están elevadas a la primera potencia. Así, una ecuación lineal puedes escribirla de la siguiente manera: **ax+by=c.**

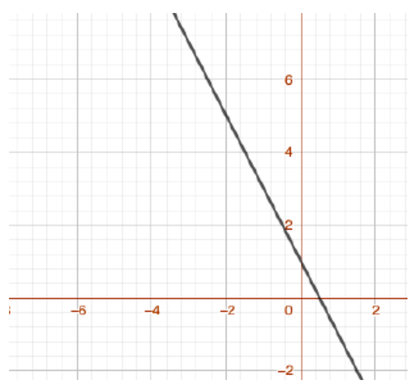
Cuando graficas una ecuación lineal en el plano cartesiano, obtienes una línea recta. Observa algunos ejemplos de gráficas de ecuaciones lineales.

En la gráfica de la izquierda puedes observar una línea recta que presenta un crecimiento ascendente; en la gráfica de la derecha, la línea recta se comporta de manera descendente.

y = 2x + 1



y = - 2x + 1



Una ecuación lineal también se representa de la forma: **y=mx+b**; en este caso, tienes a las dos variables, “x” y “y”, elevadas a la primera potencia, y a las constantes “m” y “b”; donde "m" representa la razón de cambio entre dos coordenadas, mostrando la inclinación de la línea recta; y “b” es el punto en donde la línea recta corta al eje de las “y” (ordenada al origen).

También en esta misma forma de ecuación lineal, puedes localizar a la variable dependiente “y” y a la variable independiente “x”.

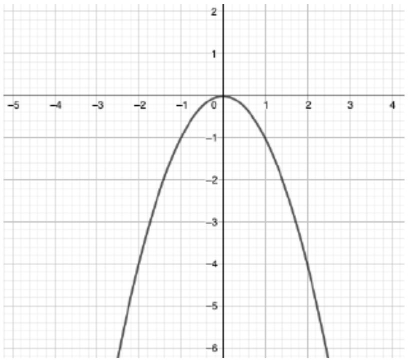
Una **ecuación cuadrática** es aquella que tiene como expresión general la forma:

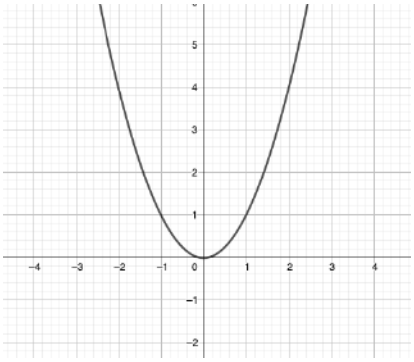
$$ax^2 + bx + c = 0$$

En donde a, b y c son constantes, y “x” es la variable independiente.

También ten presente que la gráfica asociada a una relación cuadrática es una curva llamada "parábola".

Las siguientes gráficas representan ecuaciones de segundo grado.





Podemos observar que:

- *La primera* parábola *se abre hacia abajo, y la segunda hacia arriba.*
- *En una parábola, un vértice es el punto que corresponde al menor o al mayor valor que toma la ordenada. Es decir, es el punto de inflexión o cambio de la parábola.*
- *Que el vértice de la parábola que se abre hacia abajo, está arriba*. Y *el vértice de la parábola que se abre hacia arriba, está abajo.*
- *En una gráfica, su ecuación es* $y = -x^2$ *y en la otra* $y = x^2$.

Hasta aquí, hemos recordado las características más importantes de las ecuaciones lineales y de las ecuaciones cuadráticas.

Aplica lo aprendido

Tenemos dos recetas para preparar pay de queso. Para elaborar un pay de queso se utiliza los siguientes ingredientes:

- La receta 1 requiere 3 porciones de queso por cada 5 porciones de leche.
- La receta 2 requiere 4 porciones de queso por cada 7 porciones de leche.

a) ¿Cuál de las 2 recetas tiene mayor sabor a queso?___________________

b) ¿Cómo saber cuál de las dos recetas es mejor?___________________

c) Completa las siguientes tablas:

Receta 1

Queso	3	6						
Leche	5		15					

Receta 2

Queso	4	8						
Leche	7		21					

d) Elabora una gráfica para cada receta.

Gráfica receta 1	Gráfica receta 2

e) ¿Qué podemos concluir al comparar y analizar las gráficas?_______________

____

____

Enriquece tu aprendizaje

En el siguiente video puedes obsevar con detenimiento más sobre este contenido.

https://www.youtube.com/watch?v=PyE0PMGJ6mw

BAJA CALIFORNIA

— GOBIERNO DEL ESTADO —